

ΘΕΜΑ Α

(A1) $\rightarrow \gamma$ (Σηλίστασμοι $z_1, T \Rightarrow$ υποδηλίστασμοι z_1, ω)

(A2) $\rightarrow \alpha$ (το ηυλικο $\frac{N}{\rho}$ με ωρετα I διατερούμε).

(A3) $\rightarrow \gamma$ ($v_2 > v_1 \Rightarrow$ ano Bernoulli $P_1 > P_2$. Προσχη, ο αυλινας
Είνα στ υριζόντιο
Ενίεδο)

(A4) $\rightarrow \delta$

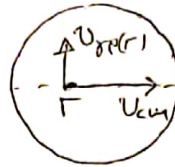
(A5) α) Σ , β) 1, γ) Σ , δ) Σ , ε) 1.

B1

$$v_A = 2 v_{cm} \quad (1)$$

$$v_r = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\text{rot}}^2} \quad (2)$$

$$v_{\text{rot}} = \omega \cdot \frac{R}{2} = \frac{v_{cm}}{2} \quad (3)$$



$$(2) \Rightarrow v_r = \sqrt{v_{cm}^2 + \frac{v_{cm}^2}{4}} = \sqrt{\frac{5 v_{cm}^2}{4}} = \frac{v_{cm} \sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

Επομένως $\frac{v_r}{v_A} = \frac{v_{cm} \frac{\sqrt{5}}{2}}{2 v_{cm}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Σωστόι α (iii)

B2

$$\eta_1 = \frac{k'_2 - k_2}{k_1} \cdot 100\% \xrightarrow{k_2=0} \eta_1 = \frac{k'_2}{k_1} \cdot 100\% \quad (1)$$

$$\eta_2 = \frac{k'_1 - k_1}{k_2} \cdot 100\% \xrightarrow{k_1=0} \eta_2 = \frac{k'_1}{k_2} \cdot 100\% \quad (2)$$

$$k'_2 = \frac{1}{2} m_2 (v'_2)^2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot \left(\frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{1}{2} m_2 \frac{4 m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (3)$$

$$k_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (4)$$

Διαφορική κατά μέλη τις (3) κ' (4), οπότε προκύπτει:

$$\frac{k'_2}{k_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 \cdot \frac{4 m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2}}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (5)$$

$$k'_1 = \frac{1}{2} m_1 (v'_1)^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(\frac{2 m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{4 m_2^2 v_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (6)$$

$$k_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (7)$$

Διαφορική κατά μέλη τις (6) κ' (7), οπότε προκύπτει:

$$\frac{k'_1}{k_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 \cdot \frac{4 m_2^2 v_2^2}{(m_1 + m_2)^2}}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (8)$$

Αφού $\frac{k'_2}{k_1} = \frac{k'_1}{k_2}$ προκύπτει ότι $\eta_1 = \eta_2$.

Σωστόι α (ii)

(3)

B3

Αφού η στάθμη του νερού έχει σταθεροποιηθεί,
η παροχή εισόδου είναι ίση με την παροχή εξόδου.
Έτσι, η παροχή της βρύσης είναι ίση με την
παροχή εξόδου του νερού από την οπή.

$$\text{Οπότε: } \Pi = A \cdot v_0 \quad (1)$$

Αρκεί να υπολογισουμε την v_0 .

Ισχύουν οι προϋποθέσεις (...) του θεωρήματος Toricelli,

$$\text{οπότε } v_0 = \sqrt{2g(H-h_1)} \quad (2)$$

Αρκεί να προσδιορίσουμε τη σχέση των h_1 με το H .

$$S = v_0 \cdot t_1 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad (3)$$

$$\frac{S}{2} = v_0 \cdot t_2 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}} \quad (4)$$

$$(3) \stackrel{(4)}{\Rightarrow} v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2 v_0 \cdot \sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}} \Leftrightarrow \cancel{\frac{2h_1}{g}} = 4 \cdot \cancel{\frac{2(h_1-h_2)}{g}}$$

$$h_1 = 4h_1 - 4h_2 \Leftrightarrow 4h_2 = 3h_1 \Leftrightarrow h_1 = \frac{4}{3}h_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{21H}{32} \Leftrightarrow$$

$$h_1 = \frac{7}{8}H \quad (5)$$

$$(2) \stackrel{(5)}{\Rightarrow} v_0 = \sqrt{2g\left(H - \frac{7}{8}H\right)} = \sqrt{2g \cdot \frac{1}{8}H} \Rightarrow$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{gH}}{2} \quad (6)$$

$$\text{Τέλος, (1) } \stackrel{(6)}{\Rightarrow} \boxed{\Pi = \frac{A}{2} \sqrt{gH}}$$

Σωστό και (i).

Γ1) Λόγω της F αρχίζει να κινείται κατά την κατεύθυνσή της. Επειδή κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο δημιουργείται ΗΕΔ που παύεται στα άκρα του. Αφού είναι χείμα του κλειστού κυκλώματος ΚΑΔΛΚ διαρρέεται από ρεύμα που έχει φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του Lenz. Η φορά του ρεύματος είναι από το Α προς Κ (δια μέσου του αγωγού) ώστε η F_L που του ασκείται να αντισταθεί στην ατμία που το προκαλεί (δηλ. στην κίνηση του αγωγού). Για τη ΣF των δυνάμεων που ασκούνται στον αγωγό κατά την διεύθυνση της κίνησής του, ισχύει: $\Sigma F = F - F_L$ (1)
Είναι $F_L = B_i \cdot I \cdot \ell$ (2) με $I = \frac{E_{en}}{R_{eq}}$ (3) και $E_{en} = B_i \cdot v \cdot \ell \Rightarrow$

$$E_{en} = I \cdot v \cdot \ell \Rightarrow \boxed{E_{en} = v \ell} \quad (4) \quad (5.1).$$

$$R_{eq} = R_s + R_{KL} = 2 + 3 = 5 \Rightarrow \boxed{R_{eq} = 5 \Omega}$$

$$(3) \xrightarrow{(4)} I = \frac{v \ell}{5} \quad (6) \quad (5.1.)$$

$$(2) \xrightarrow{(6)} F_L = \frac{v \ell}{5} \quad (7).$$

Για όσο χρόνο το μέτρο της F είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της F_L , ο αγωγός επιταχύνεται.

Τη στιγμή που θα συμβεί $\Sigma F = 0$ (8) αποκτά την οριακή ταχύτητα v_{op} .

$$(1) \xrightarrow[(7)]{(8)} 0 = F - \frac{v_{op} \ell}{5} \Rightarrow 0,8 = \frac{v_{op}}{5} \Rightarrow \boxed{v_{op} = 4 \frac{m}{s}}$$

Γ2

Από την t_1 μέχρι την t_2 ισχύει $\Sigma F = 0$. Έτσι ο αγωγός κινείται ευθ. ομοιόρ. και εισέρχεται στο B_3 με την $v_{op} = 4 \frac{m}{s}$.

Στα άκρα του συμπεριφέρεται σαν ΗΕΔ από επαγωγή με (+) στο (1) και ο αγωγός αρχίζει να διαρπίζεται από πεδίο

I_1 με φορά από το κ προς το Δ (δρα μέσου του αγωγού)

$$\text{και τιμή } I_1 = \frac{B_3 v_{op} \cdot \ell}{R_{o1}} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 1}{5} \Rightarrow \boxed{I_1 = 0,8 A}$$

Στον αγωγό κ1 αρχίζει να ασκείται δύναμη Laplace (F_{L1}) αντίστροφη προς την κίνηση, που την t_2 έχει τιμή

$$F_{L1} = B_3 \cdot I_1 \cdot \ell = 1 \cdot 0,8 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{F_{L1} = 0,8 N}$$

Για να συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα

$$\text{πρέπει } \Sigma F = 0 \Leftrightarrow F' = F_{L1} \Rightarrow \boxed{F' = 0,8 N}$$

Η φορά της F' είναι προς τα δεξιά.

Γ3

Η θερμότητα Q που αναπτύσσεται στους αγωγούς από την t_2 μέχρι την t_3 είναι ίση με την απόδοση τιμή του έργου της F_{L1} στην ίδια χρονική διάρκεια.

$$\Delta u.1. \quad Q = |W_{F_{L1}}| \quad (9)$$

Επειδή η F_{L1} είναι σταθερή και κινεί το σώμα ελαφρώς με την ευθύτητα, ισχύει $W_{F_{L1}} = -F_{L1} \cdot \Delta x$ (10).

Αρκεί να υπολογιστεί το Δx .

$$\text{Νόμος του Νευτωνα: } q_{en} = \frac{\Delta \phi}{R_{o1}} = \frac{B_3 \cdot \Delta A}{R_{o1}} = \frac{B_3 \cdot \ell \cdot \Delta x}{R_{o1}} \Rightarrow$$

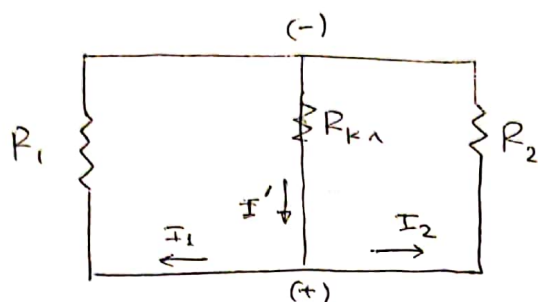
$$0,2 = \frac{1 \cdot 1 \cdot \Delta x}{5} \Rightarrow \boxed{\Delta x = 1 m}$$

$$(9) \stackrel{(10)}{\Rightarrow} Q = 0,8 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{Q = 0,8 J}$$

Γ4

Μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ συμπεριζών το επόμενο κύκλωμα.

6



Η προσθήκη της R_2 αλλάζει την $R_{1,2}$ άρα και το ρεύμα.

$$\text{Είναι } I' = \frac{E_{\text{eq}}}{R_{1,2} + R_{\kappa\lambda}} \quad (11)$$

Οι R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, οπότε:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{R_{1,2} = 1 \Omega}$$

$$(11) \Rightarrow I' = \frac{B_3 v \cdot \ell}{4} \Rightarrow I' = \frac{v}{4} \quad (12) \text{ (Σ.Τ.)}$$

Ανοκτά την v'_0 , όταν $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F' = F_L' \Leftrightarrow$

$$0,8 = B_3 \cdot I' \cdot \ell \stackrel{(12)}{\Leftrightarrow} 0,8 = 1 \cdot \frac{v'_0}{4} \ell \Leftrightarrow \boxed{v'_0 = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

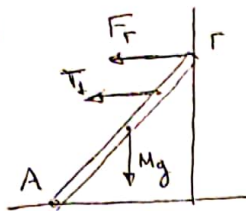
$$(11) \Rightarrow I' = \frac{3,2}{4} \Leftrightarrow \boxed{I' = 0,8 \text{ A}}$$

$$V_{\kappa\lambda} = E_{\text{eq}} - I' \cdot R_{\kappa\lambda} = 3,2 - 0,8 \cdot 3 = 3,2 - 2,4 \Rightarrow \boxed{V_{\kappa\lambda} = 0,8 \text{ V}}$$

$$I_1 = \frac{V_{\kappa\lambda}}{R_1} = \frac{0,8}{2} = 0,4 \Rightarrow \boxed{I_1 = 0,4 \text{ A}}$$

$$I_2 = \frac{V_{\kappa\lambda}}{R_2} = \frac{0,8}{2} = 0,4 \Rightarrow \boxed{I_2 = 0,4 \text{ A}}$$

Δ1



ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΡΑΒΔΟΥ

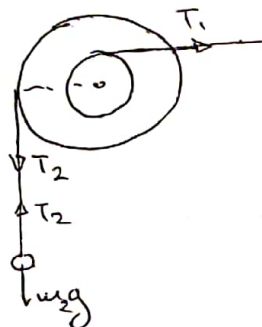
$$\sum \tau_A = 0 \Leftrightarrow \tau_{Mg} = \tau_{T_1} + \tau_{F_r}$$

$$Mg \frac{l}{2} \sin 45^\circ = T_1 \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{6} \right) \cos 45^\circ + F_r \cdot l \cdot \cos 45^\circ$$

$$Mg \frac{l}{2} = T_1 \cdot \frac{4l}{6} + F_r \cdot l$$

$$F_r = \frac{Mg}{2} - \frac{2T_1}{3} \quad (1)$$

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ



Ός προς το κέντρο του στερεού:

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow \tau_{T_1} = \tau_{T_2}$$

$$T_1 \cdot r = T_2 \cdot R$$

$$T_1 = 2T_2 \quad (2)$$

Ισορροπία m_2

$$T_2 = m_2 \cdot g \quad (3)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} \xrightarrow{(3)} F_r = \frac{Mg}{2} - \frac{2 \cdot 2m_2 g}{3} = \frac{10 \cdot 10}{2} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10}{3} = 50 - 40 = 10 \Rightarrow$$

$$\boxed{F_r = 10 \text{ N}}$$

Δ2

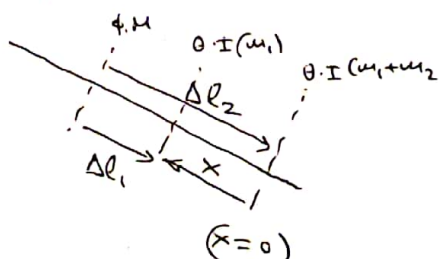
Στη θέση κρούσης, για το συσσωματώμα,

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 \Leftrightarrow$$

$$A^2 = \frac{m_1 + m_2}{k} \cdot V^2 + x^2 \quad (4), \text{ όπου } x \text{ η απομάκρυνση του}$$

$m_1 + m_2$ από τη θ.Ι. του (στη στιγμή της κρούσης).

Αρκεί να την υπολογίσουμε.



$$x = \Delta l_2 - \Delta l_1$$

$$\Delta l_2 = \frac{(m_1 + m_2) g \sin \phi}{k}$$

$$\Delta l_1 = \frac{m_1 g \sin \phi}{k}$$

$$\Rightarrow x = \frac{m_2 g \sin \phi}{k}$$

$$x = \frac{3 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{100}$$

$$\boxed{x = \frac{3}{20} \text{ m}}$$

8

Αντικαθιστούμε στην (4) και προκύπτει:

$$A^2 = \frac{4 \cdot 18}{108} \cdot \frac{9 \cdot 3}{16} + \frac{9}{400} = \frac{27}{400} + \frac{9}{400} = \frac{36}{400} \Leftrightarrow$$

$$A = \frac{6}{20} \text{ m} \Leftrightarrow A = 0,3 \text{ m}$$

Δ3 $x = A \cdot \varphi(\omega t + \phi_0)$ (5)

Απαιτεί να υπολογίσουμε τα ω και ϕ_0 .

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \boxed{\omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Την $t_0 = 0$ είναι στη $x = -\frac{3}{20} \text{ m}$ και έχει $v > 0$.

Αντικαθιστούμε $t = 0$, $\omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $x = -0,15 \text{ m}$ και $A = 0,3$

στην (5) και προκύπτει: $\varphi(\phi_0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \dots \phi_0 = \frac{11\pi}{6}$ ή $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$.

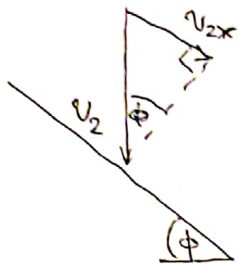
Την $t_0 = 0$ είναι $v > 0$, οπότε $\phi_0 = \frac{11\pi}{6}$.

Επομένως: $\boxed{x = 0,3 \cdot \varphi\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right)}$

(9)

(Δ4)

Η σφαίρα του συστήματος των m_1, m_2 διασπείρεται κατά τη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.



$$m_1 \cdot 0 + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) \cdot V$$

$$m_2 \cdot v_2 \cdot \cos \phi = (m_1 + m_2) \cdot V$$

$$3 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$v_2 = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

$$v_2 = g \cdot \Delta t \Leftrightarrow 2\sqrt{3} = 10 \cdot \Delta t \Leftrightarrow \boxed{\Delta t = 0,2\sqrt{3} \text{ s}}$$

$$h = \frac{1}{2} g \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,04 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{h = 0,6 \text{ m}}$$

(Δ5)

$$\frac{|F_{es(\max)}|}{|F_{en(\max)}|} = \frac{k \cdot \Delta l_{\max}}{k \cdot A} = \frac{\Delta l_2 + A}{A} = \frac{0,2 + 0,3}{0,3} = \frac{5}{3}$$