Σελ. 1

ΘΕΜΑ Α

A1 → γ

A2 → δ

A3 → α

A4 → δ

A5 α → Λ
β → Σ
γ → Λ
δ → Σ
ε → Λ

ΘΕΜΑ Β

B1 $A_\Sigma = 2A \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{d_2 - d_1}{2\lambda_2} \right|$ (1).

Είναι $d_2^2 = d_1^2 + d^2 = (2\lambda_1)^2 + \left(\frac{3\lambda_1}{2}\right)^2$

$d_2^2 = 4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4} \Rightarrow d_2^2 = \frac{25\lambda_1^2}{4} \Rightarrow \boxed{d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}}$

Επομένως: $d_2 - d_1 = \frac{5\lambda_1}{2} - \frac{3\lambda_1}{2} = \frac{2\lambda_1}{2} = \lambda_1 \Rightarrow$

$d_2 - d_1 = \lambda_1$ (2).

$\lambda_2 = \frac{\upsilon}{f_2} = \frac{\upsilon}{2f_1} = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$ (3).

$(1) \xRightarrow[(3)]{(2)} A_\Sigma = 2A \cdot \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{\lambda_1}{2\frac{\lambda_1}{2}} \right| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi \right| = 2A$

Το Σ είναι σημείο ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ. Σωστή η (i)

B2 $W_F = K_{τελ} - K_{αρχ}$ (1).

$$K_{αρχ} = \frac{1}{2} m υ^2 = \frac{1}{2} m ω^2 R^2 \quad (2).$$

$$K_{τελ} = \frac{1}{2} m υ_1^2 = \frac{1}{2} m ω_1^2 \cdot R_1^2 = \frac{1}{2} m ω_1^2 \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$K_{τελ} = \frac{1}{2} m ω_1^2 \cdot \frac{R^2}{4} \quad (3).$$

Διατήρηση της στροφορμής του m:

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Leftrightarrow \cancel{m} \cdot υ \cdot R = \cancel{m} \cdot υ_1 \cdot R_1$$

$$ω \cdot R \cdot R = ω_1 \cdot R_1 \cdot R_1 \Leftrightarrow ω \cdot R^2 = ω_1 \cdot \frac{R^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$ω = \frac{ω_1}{4} \Leftrightarrow ω_1 = 4ω \quad (4).$$

$$(3) \overset{(4)}{\Rightarrow} K_{τελ} = \frac{1}{2} m \,\overset{4}{\cancel{16}}\, ω^2 \cdot \frac{R^2}{\cancel{4}}$$

$$K_{τελ} = 2 m ω^2 R^2 \quad (5)$$

$$(1) \underset{(2)}{\overset{(5)}{\Rightarrow}} W_F = 2 m ω^2 R^2 - \frac{1}{2} m ω^2 R^2$$

$$\boxed{W_F = \frac{3}{2} m ω^2 R^2} \quad (6)$$

Σωστή η (iii)

Σελ. 3

B3

$$P_Γ + \frac{1}{2}\rho υ_Γ^2 + \rho g y_Γ = P_Δ + \frac{1}{2}\rho υ_Δ^2 + \rho g y_Δ$$

$$P_Γ - P_Δ = \frac{1}{2}\rho(υ_Δ^2 - υ_Γ^2) + \rho g (y_Δ - y_Γ)$$

$y_Γ = 0$, $y_Δ = h$

$$P_Γ - P_Δ = \frac{1}{2}\rho(υ_Δ^2 - υ_Γ^2) + \rho g h \quad (1)$$

$$A_Γ \cdot υ_Γ = A_Δ \cdot υ_Δ \Leftrightarrow 2 \cdot \cancel{A_Δ} \cdot υ_Γ = \cancel{A_Δ} \cdot υ_Δ \Leftrightarrow υ_Δ = 2υ_Γ \quad (2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Leftrightarrow} P_Γ - P_Δ = \frac{1}{2}\rho(4υ_Γ^2 - υ_Γ^2) + \rho g h$$

$$P_Γ - P_Δ = \frac{3}{2}\rho υ_Γ^2 + \rho g h \quad (3).$$

$$(ZK) = υ_Δ \cdot t \quad (4)$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \quad (5).$$

$$(4) \Rightarrow (4h)^2 = υ_Δ^2 \cdot t^2 \overset{(5)}{\Longrightarrow} 16h^2 = υ_Δ^2 \cdot \frac{2h}{g} \Leftrightarrow$$

$$υ_Δ^2 = 8gh \overset{(2)}{\Leftrightarrow} 4υ_Γ^2 = 8gh \Leftrightarrow υ_Γ^2 = 2gh \Leftrightarrow$$

$$g \cdot h = \frac{υ_Γ^2}{2} \quad (6)$$

$$(3) \overset{(6)}{\Longrightarrow} P_Γ - P_Δ = \frac{3}{2}\rho υ_Γ^2 + \frac{1}{2}\rho υ_Γ^2$$

$$\boxed{P_Γ - P_Δ = 2\rho υ_Γ^2}$$

Σωστή η (i).

Σελ. 4

ΘΕΜΑ Γ

Γ1 $f_1 = \frac{v_{ηχ} - v_{max}}{v_{ηχ}} \cdot f_s$ (1), όπου v_{max} η ταχύτητα του m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

$f_2 = \frac{v_{ηχ} - V}{v_{ηχ}} \cdot f_s$ (2), όπου V η ταχύτητα του (m_1+m_2) αμέσως μετά την κρούση.

$$(1),(2) \xRightarrow{(\div)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_{ηχ} - v_{max}}{v_{ηχ} - V} \quad (3)$$

$$v_{max} = A \cdot \omega = \Delta\ell \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 0,4 \cdot \sqrt{\frac{50}{2}} = 0,4 \cdot 5 \Rightarrow$$

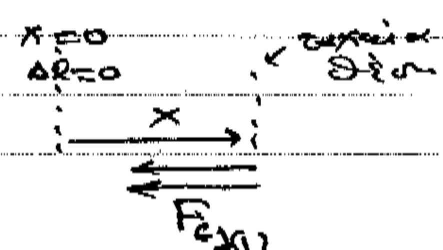
$$\boxed{v_{max} = 2\,\frac{m}{s}}$$

Α.Δ.Ο. κατά την κρούση:

$$m_1 \cdot v_{max} = (m_1 + m_2) \cdot V \Leftrightarrow 2 \cdot 2 = 4 \cdot V \Leftrightarrow \boxed{V = 1\,\frac{m}{s}}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{340-2}{340-1} = \frac{338}{339} \Rightarrow \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}}$$

Γ2 Στη θέση κρούσης που δημιουργείται το συσσωμάτωμα, τα ελατήρια έχουν τα φυσικά τους μήκη. Έτσι, είναι $\Sigma F = 0$, δηλαδή η θέση κρούσης είναι και Θ.Ι. του m_1+m_2.



Σελ.5

Με θετική τη φορά της απομάκρυνσης x, στην τυχαία θέση, ισχύει:

$$\Sigma F = -F_{ελ(1)} - F_{ελ(2)} = -k_1 \cdot \Delta\ell_1 - k_2 \cdot \Delta\ell_2$$

$$= -k_1 \cdot x - k_2 \cdot x = -(k_1 + k_2) \cdot x = -2k \cdot x \Rightarrow$$

$$\boxed{\Sigma F = -2k \cdot x}$$

Ενέργεια ταλάντωσης για το συσσωμάτωμα στη θέση κρούσης:

$$E = K + U$$

$$\frac{1}{2}(2k)A^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + 0$$

$$100 \cdot A^2 = 4 \cdot 1 \Leftrightarrow A^2 = \frac{4}{100} \Leftrightarrow \boxed{A = 0{,}2\,m}$$

Γ3

Ζητάμε το χρόνο που θα περάσει μέχρι να συμβεί για 1η φορά – μετά την κρούση – $f_A = f_s$ (1).

Είναι: $f_A = \frac{v_{ηχ} + v}{v_{ηχ}} \cdot f_s$, οπότε η (1)

δίνει: $\frac{v_{ηχ} + v}{v_{ηχ}} \cdot f_s = f_s \Leftrightarrow \frac{v_{ηχ} + v}{v_{ηχ}} = 1 \Leftrightarrow$

$$v_{ηχ} + v = v_{ηχ} \Leftrightarrow \boxed{v = 0}$$

Δηλαδή, θα συμβεί για 1η φορά, όταν ο δέκτης βρεθεί στη δεξιά ακραία θέση της ταλάντωσής του.

Σελ. 6

Ο χρόνος κίνησης είναι $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2m}{2k}}}{4} =$

$$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{2}\cdot\sqrt{\frac{2}{50}} = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{5} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\pi}{10}\,s}$$

Γ4) $\left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = |\Sigma F_{max}| = D\cdot A = 2k\cdot A = 100\cdot 0{,}2 \Rightarrow$

$$\boxed{\left.\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 20\,N}$$

Σελ. 7

ΘΕΜΑ Δ

Δ1 $I_{ολ} = I_p^{(O)} + I_Δ^{(O)} = \underbrace{\left[I_{cm} + M\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]}_{ράβδου} + \frac{1}{2} m_Δ \cdot R_Δ^2$

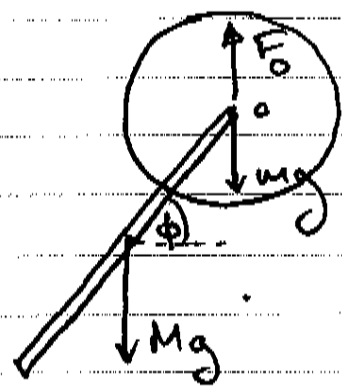
$= \frac{1}{12} M l^2 + M\frac{l^2}{4} + \frac{1}{2} m_Δ R_Δ^2$

$= \frac{1}{3} M l^2 + \frac{1}{2} m_Δ \cdot R_Δ^2$

$= \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{2}{4}$

$= 24 + 1 \longrightarrow \boxed{I_{ολ} = 25\ kg \cdot m^2}$

Δ2



$\left|\frac{ΔL}{Δt}\right|_{(O)} = Στ_{εξ}^{(O)} = Mg \cdot \frac{l}{2} \cdot συνφ \Rightarrow$

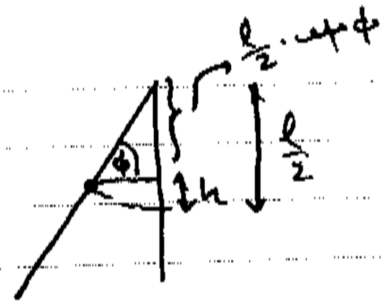
$\left|\frac{ΔL}{Δt}\right|_{(O)} = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0{,}6$

$= 72\ kg\frac{m^2}{s^2}$

Δ3 Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα από την αρχική του θέση, μέχρι την κατακόρυφη:

$Mg \cdot h = K_{τελ} - \cancel{K_{αρχ}}^{\,0}$

Σελ. 8

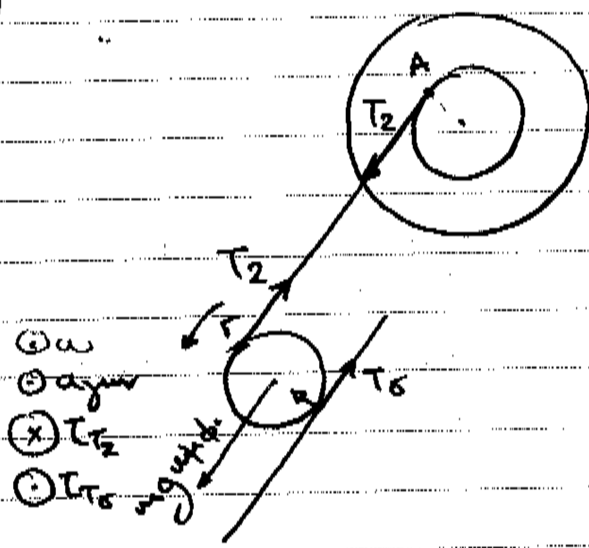


$$Mg\cdot\left(\frac{\ell}{2}-\frac{\ell}{2}\cdot \text{συν}\phi\right)=K_{τελ}$$

$$8\cdot 10\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\cdot 0{,}8\right)=K_{τελ}$$

$$K_{τελ}=8\cancel{0}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\cancel{0{,}2}\Rightarrow \boxed{K_{τελ}=24\,J}$$

Δ4



Θ.ν.μ. για τον κύλινδρο: $mg\cdot ημφ - T_2 - T_σ = m\cdot a_{cm}$ (1

Θ.ν.σ. για τον κύλινδρο: $T_σ\cdot R - T_2\cdot R = I_{cm}\cdot a_γ$

$$T_σ\cdot\cancel{R} - T_2\cdot\cancel{R}=\frac{1}{2}mR^{\cancel{2}}\cdot a_γ$$

$$T_σ - T_2 = \frac{1}{2}mR\cdot a_γ \quad (2)$$

(Σελ. 9)

κ.χ.ο. $a_{cm} = a_{\gamma} \cdot R$ (3)

$((2),(3)) \Longrightarrow T_{\sigma} - T_2 = \frac{1}{2} m \cdot a_{cm}$ (4)

$(1) \xRightarrow{(4)} mg \cdot \eta\mu\varphi - 2T_2 = \frac{3}{2} m \cdot a_{cm}$ (5).

Αρκεί να υπολογίσουμε την T_2.

θ.ν.σ. για τη διπλή τροχαλία:

$$T_2 \cdot R = I_{cm(\tau\rho o\chi)} \cdot a_{\gamma\omega\nu}$$

$$T_2 = \frac{I_{cm(\tau\rho o\chi)}}{R} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \quad (6).$$

Για τα σημεία Α κ' Γ ισχύει $v_A = v_\Gamma \Rightarrow$

$a_A = a_\Gamma$ (7)

Είναι $a_A = 2a_{cm}$ (8) κ' $a_\Gamma = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$ (9).

$$(7) \xRightarrow[(9)]{(8)} 2a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Leftrightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{2 \cdot a_{cm}}{R} \quad (10)$$

$$(6) \xRightarrow{(10)} T_2 = \frac{I_{cm(\tau\rho o\chi)}}{R} \cdot \frac{2a_{cm}}{R}$$

$$T_2 = \frac{1,95 \cdot 2}{0,04} a_{cm} = \frac{3,9}{0,04} \cdot a_{cm} = \frac{390}{4} a_{cm}$$

$$T_2 = 97,5\, a_{cm} \quad (11)$$

$$(5) \xRightarrow{(11)} 30 \cdot 10 \cdot 0,8 - 2 \cdot 97,5\, a_{cm} = \frac{3}{2} \cdot 30 \cdot a_{cm} \Longrightarrow$$

$$240 - 195\, a_{cm} = 45\, a_{cm} \Rightarrow 240 = 240\, a_{cm} \Rightarrow \boxed{a_{cm} = 1 \frac{m}{s^2}}$$

Σελ. 10

$v_{cm} = a_{cm} \cdot \Delta t$

$S = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot \Delta t^2 \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \Delta t^2$

$\Delta t^2 = 4 \Rightarrow \Delta t = 2 \ s$

Οπότε $\boxed{v_{cm} = 2 \ \frac{m}{s}}$